

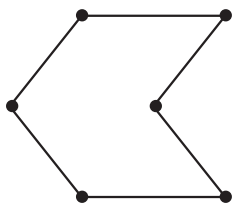


هندسه ۲ (پایه یازدهم)

۱. تبدیل یافته مستطیل $ABCD$ را با تبدیل تجانس به مرکز O (نقطه تلاقی اقطار مستطیل) و با ضریب $k=2$ و بار دیگر با تجانس به همان مرکز و ضریب $k=-2$ رسم کنید. آیا می‌توان گفت نتیجه این دو تبدیل یکسان است؟

۲. نقطه B ، مجانس نقطه A با ضریب $k > 0$ و مرکز O است و نقطه C انتقال یافته B در راستای بردار معین \vec{OA} است. اگر B' انتقال یافته A تحت بردار \vec{OA} و C' مجانس B' با ضریب k و مرکز O باشد، ثابت کنید C' مجانس C با ضریب k و مرکز B است.

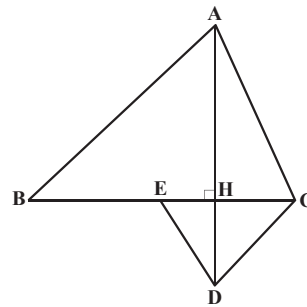
۳. شکل ۲ به کمک شش عدد چوب کبریت یکسان و دوه‌دو موازی روی صفحه کاغذی ساخته شده بود. علی‌توانست فقط با جابه‌جا کردن دوتا از چوب کبریت‌ها آن را به شکل بسته دیگری تبدیل کند که مساحت آن 50° درصد بیشتر از این شکل شد. چوب کبریت‌های این شکل با یکدیگر چه زاویه‌هایی ساخته‌اند؟



شکل ۲

هندسه ۱ (پایه دهم)

۱. در شکل ۱ داریم: $AD \perp BC$ ، $CD \parallel AB$ ، $DE \parallel AC$ و E وسط BC است. الف) AH چند برابر DH است؟
ب) مساحت مثلث ABC چند برابر مساحت مثلث DEC است؟



شکل ۱

۲. ثابت کنید در هر مثلث قائم‌الزاویه، زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر، برابر است با قدرمطلق تفاضل دو زاویه حاده مثلث.

۳. ثابت کنید هرگاه در یک چهارضلعی، هر دو رأس مقابل، از قطر بین این دو رأس (قطری که این دو رأس بر آن واقع نیستند) به یک فاصله باشند، این چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.

۴. ثابت کنید پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق یک ذوزنقه را به هم می‌پیوندد، موازی قاعده‌ها و طول آن میانگین طول‌های آن‌هاست.

آمار و احتمال

۱. در یک جعبه ۵ مهره آبی و ۳ مهره قرمز وجود دارد. دو مهره به تصادف و بدون جای گذاری انتخاب می‌کنیم. اگر A و B به ترتیب پیشامدهای مشاهده مهره آبی در انتخاب اول و دوم باشند، آیا A و B مستقل اند؟

۲. در پرتاب دو تاس، اگر A پیشامد مشاهده عددهای ۱، ۲ یا ۵ در پرتاب دوم، B پیشامد مشاهده ۴، ۵ یا ۶ در پرتاب دوم و C پیشامد مشاهده مجموع ۹ در این دو پرتاب باشند، مستقل بودن سه پیشامد A، B و C را بررسی کنید.

۳. محسن و مجید دو دوست قدیمی هستند. اگر A پیشامد حضور محسن در مراسم تدفین مجید و B پیشامد حضور مجید در مراسم تدفین محسن باشد، آیا A و B مستقل اند؟ چرا؟

۴. برای دو پیشامد مستقل A و B داریم: $P(A) = \frac{3}{8}$ و $P(B) = \frac{1}{9}$. حاصل $P(B-A)$ را به دست آورید.

۵. در یک فروشگاه بزرگ مشخص شده است که از هر ۱۲ نفر که وارد فروشگاه می‌شوند، ۳ نفر از آن‌ها خرید می‌کنند. اگر در یک زمان معین، ۵ نفر داخل فروشگاه باشند، مطلوب است احتمال آنکه:
الف) هر پنج نفر خرید کنند.
ب) فقط یک نفر خرید کند.
ج) یک یا دو نفر خرید کند.

۶. ۴۰ درصد دانشجویان یک دانشگاه ساکن همان شهر هستند. اگر ۲ نفر از دانشجویان این دانشگاه را به تصادف انتخاب کنیم، احتمال اینکه هر دو نفر ساکن این شهر باشند، چقدر است؟

ریاضی ۲ (پایه یازدهم تجربی)

۱. سه تابع با ضابطه‌های $f(x) = (\frac{1}{2})^x$ ، $g(x) = (\frac{1}{5})^x$ و $h(x) = 4^x$ مفروض‌اند. نقاط زیر روی نمودار کدامیک از آن‌ها قرار دارند؟

- الف) $(-2, 6/25)$
- ب) $(-1, 5)$
- پ) $(-2, 0/625)$
- ت) $(-1, 2/5)$
- ث) $(3, 64)$
- ج) $(2, 0/04)$

۲. معادله نمایی زیر را حل کنید.

$$3^x + 3^{x+1} + 3^{x+2} = 13x(3^x)$$

۳. فرض کنید: $\log_2 a = 3$ و $\log_3 b = 4$. حاصل $\log_{\sqrt{15}}$ را برحسب a و b بنویسید.

۴. معادلات لگاریتمی زیر را حل کنید.

الف) $\log x + \log(x-1) = \log 6$

ب) $(\log x)^2 - 11 \log x + 10 = 0$

ریاضی ۱ (پایه دهم رشته‌های ریاضی و تجربی)

۱. به ازای کدام مقدار m رابطه زیر یک تابع است؟

$$f = \{(3, 2), (2, 1), (3, m^2 - 2), (m, 4)\}$$

۲. اگر برد تابع خطی $f(x) = 5 - 2x$ ، بازه $[-2, 1]$ باشد، دامنه این تابع را به دست آورید.

۳. اگر $f(x) = \frac{ax+9}{x+a}$ یک تابع ثابت باشد، مقادیر ممکن برای a را تعیین کنید.

۴. برد تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & x \geq 0 \\ x - 1 & x < 0 \end{cases}$ را به دست آورید.

حسابان ۱ (پایه یازدهم ریاضی)

۱. طول سه ضلع یک مثلث ۱، $\log 2$ و $\log n$ است. چند عدد طبیعی به جای n می‌تواند قرار گیرد؟

۲. می‌دانیم: $\log 2 = 0/301$ و $\log 3 = 0/477$. در این صورت کدامیک از دو عدد 5^{200} و 3^{272} بزرگ‌ترند؟

۳. یک تابع $f: R^+ \rightarrow R^+$ معرفی کنید که برای هر دو عدد a و b از دامنه آن داشته باشیم:

$$f(ab) = af(b) + bf(a)$$

* راهنمایی: فرض کنید $f(x) = xg(x)$.

۴. جمعیت ماهی‌های خاویار در یک منطقه دریای خزر از رابطه $f(t) = 20000 \times (2/7)^{1/4t}$ تعیین می‌شود (t برحسب سال). سالانه چند درصد به جمعیت آن افزوده می‌شود؟

* راهنمایی: $\frac{f(t+1) - f(t)}{f(t)} \times 100 =$ افزایش سالانه به درصد

۵. معادله $2^x + 3 \log x - 2 = 0$ را به روش هندسی و جبری حل کنید.